

Analizando el Riesgo Sistémico en Bolivia: Una Aplicación de Modelos de Topología de Redes y Simulación en el Funcionamiento del Sistema de Pagos de Alto Valor

Jonnathan Caceres
René Aldazosa
Banco Central de Bolivia

Junio, 2012

Resumen

El objetivo del estudio es presentar una nueva herramienta que permita analizar el riesgo sistémico y estimar el contagio financiero directo que podría suceder como resultado del incumplimiento de las obligaciones de los participantes sistémicamente importantes en el ámbito del sistema de pagos de alto valor.

Como una alternativa al enfoque tradicional del *“too big to fail”* (demasiado grande para caer), que considera que los bancos denominados grandes son los más representativos en el mercado y a la vez los de mayor importancia sistémica, el trabajo presenta una nueva herramienta basada en el enfoque *“too interconnected to fail”* (demasiado interconectado para caer) para analizar el riesgo sistémico, la cual hace posible estudiar las características de las estructuras de las redes, establecer a través de criterios cuantitativos a agentes sistémicamente importantes y estimar la magnitud y alcance del contagio financiero directo.

Los resultados de la combinación de modelos de topología de redes y de simulación aplicados a tres eventos de coyunturas distintas para el caso boliviano durante el período 2007 - 2010, muestran que el contagio financiero directo no hubiera comprometido la condición de estabilidad financiera.

Palabras clave: riesgo sistémico, sistema de pagos, topología de redes, modelos de simulación, contagio financiero.

Clasificación JEL: C15, G21

“En el contexto de la crisis, **nos sentimos abandonados por las herramientas convencionales**. En ausencia de una orientación clara de los marcos de análisis, los responsables políticos tenían que depositar su confianza en nuestra experiencia. El juicio y la experiencia, jugaron un papel clave.”

Jean-Claude Trichet, ex- Presidente del Banco Central Europeo

Analizando el Riesgo Sistémico en Bolivia: Una Aplicación de Modelos de Topología de Redes y Simulación en el Funcionamiento del Sistema de Pagos de Alto Valor

I. Introducción

Los últimos eventos suscitados a raíz de la crisis financiera *subprime* pusieron en evidencia las serias limitaciones de las herramientas y metodologías convencionales para enfrentar crisis sistémicas, pues el efecto ampliado de sus causas fue mayor al previsto, al igual que la velocidad de su propagación.

Durante 2008 y 2009, Estados Unidos y Europa vivieron los efectos de una crisis financiera sin precedentes. El contagio financiero -que inicialmente fue subestimado- alcanzó magnitudes impensables pues no se tomaron en cuenta la fuerte integración e interdependencia de los elementos que conforman los mercados financieros.

Un enfoque preliminar que sirvió para estudiar el riesgo sistémico fue el denominado “*too big to fail*” (demasiado grande para caer) que considera que los bancos de mayor tamaño son los más representativos en el mercado y a la vez los de mayor importancia sistémica, lo que implicaría que un deterioro o su eventual quiebra podría incidir decisivamente sobre el desempeño del sistema. No obstante, se evidenció que este enfoque no fue coherente con las particularidades de la última crisis financiera.¹

En el contexto actual, en el que la actividad cotidiana de los mercados financieros está fuertemente apoyada por los sistemas de pago, el enfoque “*too interconnected to fail* (demasiado interconectado para caer) establece que es conveniente analizar el alcance de las crisis sistémicas

¹ En 2008 las autoridades de Estados Unidos organizaron los rescates de Bearn Sterns y Merrill Lynch por adquisición, y de AIG por capitalización directa del Gobierno de ese país. Estas instituciones no se enmarcaban dentro los criterios básicos para catalogarlas como entidades e importancia sistémica según el enfoque *too big to fail*. De igual manera, en la actualidad las autoridades de la Zona de Euro determinaron llevar a cabo el rescate de Bankia que es la cuarta entidad bancaria de España, según el tamaño de activos.

y su propagación según las interconexiones que se conforman en los mercados financieros debido a las transferencias de activos entre entidades financieras.²

En los últimos años, este enfoque ha direccionado una gama de estudios orientados a analizar el riesgo sistémico con la ayuda de técnicas denominadas poco ortodoxas como la topología de redes, la cual es una rama de la física estadística que se aplica a las conexiones entre entidades financieras a través de los sistemas de pago.

Esta técnica es particularmente importante ya que provee un conjunto de criterios e indicadores que permiten identificar a los agentes sistémicamente importantes dado un conjunto de interconexiones, además de analizar la estructura y características de las redes que se conforman. Adicionalmente, para una mejor comprensión del comportamiento de la red, se modifican las condiciones iniciales a través de la técnica de simulación. Esto hace posible aproximar el alcance de un contagio financiero -que podría ocurrir debido a fallas o *shocks* idiosincráticos de agentes sistémicamente importantes- y evaluar la respuesta de las demás entidades financieras frente a eventos de esta naturaleza.

Asimismo, la información obtenida con este tipo de modelos podría aportar considerablemente al diseño de políticas y estrategias del Banco Central de Bolivia (BCB) en procura de preservar la estabilidad financiera a través de la identificación de agentes sistémicamente importantes y la estimación de niveles óptimos de resguardos de liquidez.

El objetivo de este estudio es presentar una herramienta que permita analizar el riesgo sistémico y estimar el contagio financiero directo que podría suceder como resultado del incumplimiento de las obligaciones de los participantes sistémicamente importantes en el ámbito del sistema de pagos de alto valor. Para este propósito, se emplea una combinación de modelos de topología de redes y de simulación. Para su validación se efectúa un *backtesting* sobre algunos episodios de crisis sistémicas surgidos en el período 2007-2010 en Bolivia.

Luego de esta introducción, en la segunda parte se presenta una revisión teórica y una integración de los conceptos de riesgo sistémico y de sistema de pagos. En la tercera parte se desarrolla el marco conceptual sobre la topología de redes, se precisan su nomenclatura y métricas y se reportan algunos de los estudios recientes que aplican esta técnica. En la cuarta sección se

² En línea con este enfoque y con la inminente integración de los mercados financieros, años atrás Kaufman (1994) ya había identificado a la estrecha interconexión entre los bancos vía sistema de pagos o del mercado interbancario como una causa para la propagación del riesgo sistémico.

muestran los principales resultados de la aplicación del modelo a tres de eventos de crisis en el caso boliviano. Finalmente, se presentan algunas consideraciones finales.

II. Riesgo sistémico, sistema financiero y sistema de pagos

La definición de riesgo sistémico es bastante general y presenta una gama de significados dependiendo del contexto y de las condiciones que se quieran atribuir para su uso. No obstante, coherente con la orientación del presente documento, se asume el concepto utilizado por Kaufman (1994) que define el riesgo sistémico como la probabilidad de incurrir en pérdidas acumuladas a causa de un evento que ocasionaría una serie de fallas consecutivas a lo largo de una cadena de instituciones o de los mercados que componen un sistema. En otros términos, es una reacción en cadena que produce un efecto dominó de contagio entre los elementos interconectados. Este autor también identifica la estrecha interconexión entre los bancos vía sistema de pagos o del mercado interbancario como una causa para que las entidades y los mercados incurran en los perjuicios antes señalados.

Esta definición en particular destaca tres aspectos que se presentan de manera sucesiva:

- La ocurrencia de un evento adverso que detonaría la crisis. Según Borio (2003) este evento podría tener un carácter macroeconómico si existiese una exposición común de las instituciones a los riesgos macroeconómicos o microeconómicos si la caída de una institución individual tuviese una incidencia negativa en el resto de sistema en momentos posteriores.
- La causa del riesgo sistémico radica en la existencia de fuertes interconexiones o vínculos entre las instituciones involucradas. Es decir, el incumplimiento de las posiciones previamente adoptadas es transmitido a través de canales como los del sistema de pagos.
- Finalmente, está el efecto sucesivo de “contagio” o reacción en cadena por el cual la crisis se propagaría a todo el sistema.

Debido a que los sistemas de pago son canales que permiten conexiones explícitas entre entidades financieras, el contagio que podría transmitirse a través de su estructura es denominado “directo”. En tanto que el resultante de la correlación del desempeño de las entidades financieras en el mercado tendría la peculiaridad de ser “indirecto”.

En línea con estos elementos, el BIS (2004) define el riesgo sistémico como el riesgo de que la incapacidad de uno de los participantes para cumplir con sus obligaciones (pagos) o una alteración en el propio sistema, pueda resultar en la incapacidad de otros participantes del sistema o de instituciones financieras en otras partes del sistema financiero para cumplir con sus obligaciones al momento de su vencimiento. Tal incumplimiento podría causar problemas financieros (crediticios o de liquidez) generalizados, que podrían amenazar a su vez la estabilidad sistema o de los mercados financieros.³

Bajo esta perspectiva el enfoque *too interconnected to fail* aporta con un conjunto de nuevos elementos para analizar el riesgo sistémico que, a diferencia del enfoque tradicional *too big to fail*, considera el desempeño del sistema en su conjunto a través del análisis de las interconexiones y de las posibles repercusiones que podría transmitir su estructura.

El caso del cierre del banco alemán *Herstatt Bankhaus*⁴ sirve como referente del contagio que podría suceder a partir de las conexiones entre entidades financieras. Este evento llevó al margen del colapso al sistema de pagos de alto valor de Estados Unidos y consecuentemente al sistema financiero internacional. El *Herstatt Bankhaus* estaba catalogado como un banco de tamaño reducido, sin embargo estaba conectado con el *Chase Manhattan*, un importante banco comercial de Estados Unidos que a su vez estaba fuertemente interconectado con otras entidades financieras del mismo país y de otras ciudades del mundo.

En el episodio más reciente, la crisis *subprime* ocasionó prácticamente el “congelamiento” de los mercados interbancarios en el mundo debido a una desconfianza generalizada por la valoración de activos hipotecarios.⁵ Esto abrió una nueva perspectiva para analizar el origen de las crisis sistémicas según las actuales características de las infraestructuras financieras. El origen ya no podría obedecer únicamente a las fuentes tradicionales, sino a un efecto ampliado disipado por las interconexiones en el sistema de pagos como resultado de las operaciones interbancarias y bursátiles.

³ *International Convergence of Capital Measurement and Capital Standards* (www.bis.org). Basilea. Junio de 2004.

⁴ En el año 1974, el cierre del *Bankhaus Herstatt* produjo que la liquidación y compensación de un número considerable de operaciones internacionales queden sin realizarse toda vez que el *Chase Manhattan*, banco corresponsal del *Bankhaus Herstatt* en Estados Unidos rehusó cumplir con órdenes de pago y cheques contra la cuenta del banco alemán por \$us620 millones.

⁵ Frente a esta situación el Banco Central Europeo, la Reserva Federal, el Banco Central de Japón y otros bancos centrales respondieron con importantes inyecciones de liquidez.

III. Topología de redes y simulación

La topología de redes es una rama propia de la física estadística que tiene por objeto entender y analizar la estructura y funcionamiento de redes complejas. En los últimos años, a través de esta metodología, se han elaborado una gama de estudios orientados a analizar situaciones de estrés de liquidez, dado un conjunto de interconexiones e interdependencias en los sistemas de pago. Los análisis efectuados se fundamentan en los siguientes principios:

- a) Los mercados financieros funcionan como redes sociales.
- b) Los individuos interactúan según la confianza que les brinda las potenciales contrapartes.
- c) Cada agente dispone de un nivel distinto de conocimiento sobre las características de los demás, hasta el punto que en el mercado la información está particionada.
- d) Los agentes presentan distintos grados de actividad en la red por lo que su número de conexiones es variable.

Formalmente, una red dirigida (G) está definida como un par de elementos (V,E) , donde V es un conjunto finito de nodos y E un conjunto de aristas. La evolución de una red en el tiempo puede describirse como una red dinámica discreta definida por $N=(G=(V,A)Q,F)$, donde Q es un conjunto finito de estados en el tiempo y F funciones de activación de los respectivos estados. Las conexiones entre los agentes de la red es posible representarlas por medio de una matriz $G_t = [g_{i,j}^t]$ de dimensiones $n_t \times n_t$ donde n_t es el número de agentes en el día t , los elementos de G_t son 1 en caso de registrarse alguna transacción y 0 en caso contrario, por convención la diagonal de G_t está compuesta por ceros.

La terminología y las métricas generales empleadas en el campo de la topología de redes se resumen a continuación y las identidades matemáticas se presentan en el Anexo del documento.

Nodos. Representan las conexiones entre nodos.

Aristas. Son los agentes que componen la red.

Tamaño de la red. Está determinado por el número de nodos que conforman red.

Grado promedio de nodo. Indica con cuantos nodos en promedio se conecta un individuo de la red.

Densidad de la red. Es el cociente entre el número aristas observadas y de las posibles, permite inferir que tan conectada está la red. Un valor de 1 en el resultado señalaría que la red está completamente conectada.

Distancia promedio. Mide la densidad de la red y refleja que tan interconectados se encuentran los nodos. Es el promedio del menor número de conexiones observadas en la red y el número de conexiones posible en la misma.

Coefficiente de agrupamiento (*Clustering coefficient*). Este indicador se aplica a los nodos que tiene dos o más conexiones, cuantifica el porcentaje de parejas de nodos que se conectan a un tercero y que conforman *clusters* de tres nodos alrededor de este último. Su valor medio señala el coeficiente de agrupamiento de la red. Este indicador puede indicar un efecto “*small-world*”.

Para determinar los agentes sistémicamente importantes se utilizan las siguientes métricas del campo de la topología de redes y algunos indicadores diseñados para este propósito:

Capacidad de intermediación (*Betweenness centrality*). Es una medida del número de veces que un nodo aparece en el camino más corto entre otros dos nodos. Este indicador permite encontrar agentes intermediarios los cuales son claves para que la red se mantenga unida.

PageRank-Google.⁶ Es una aproximación numérica de la popularidad de un nodo. Este indicador toma en cuenta la “calidad de los enlaces”, es decir un agente es importante si este a su vez está conectado a otros agentes importantes.

HITS⁷

Authority. Es una aproximación de cuan valiosa es la información almacenada en un nodo, un indicador alto señala que muchos agentes se enlazan con este nodo en particular.

⁶ *PageRank* es una marca registrada y patentada por Google (1999) que ampara una familia de algoritmos utilizados para asignar de forma numérica la relevancia de las páginas *web*. Este indicador interpreta un enlace de una página X a una página Y como un voto de la página X para la página Y, pero también incorpora la importancia de la página que emite el voto. Los votos emitidos por las páginas consideradas importantes, es decir con un *PageRank* elevado, valen más, y ayudan a hacer a otras páginas importantes. Por lo tanto, el *PageRank* de una página refleja su importancia en la *Internet*.

⁷ *HITS (Hypertext Induced Topic Selection)* es un algoritmo diseñado por Kleinberg (1971) para identificar los documentos de mayor importancia. Se basa en dos principios: si una página web W es enlazada por muchas otras, entonces ésta es importante y si las páginas hacen referencia a W entonces esta es aún más importante. *HITS* se basa en el cálculo de dos indicadores: *hub* y *authority*.

Hub. Mide la calidad de los enlaces de un nodo y su importancia como “recurso de enlace” para llegar a otros nodos que contienen información importante.⁸

Centralidad de cercanía (*Closeness centrality*). Es la distancia promedio de un nodo con el resto de los nodos. Un valor pequeño indica un elevado nivel de centralidad de un agente en la red.

Grado de nodo. Es el número de vínculos que mantiene un nodo con los demás integrantes de la red. En una red dirigida se diferencian el grado de entrada si el nodo opera como destino o de salida si es originador.

Participación de mercado según el valor de las operaciones. Presenta la participación porcentual de cada agente de acuerdo con el valor de las transacciones efectuadas.

PageRank-Google ponderado. Corresponde al valor *PageRank-Google de un nodo* ponderado según el importe de las transacciones efectuadas en un día.

Authority ponderado. Corresponde al valor *Authority de un nodo* ponderado por el importe de transacciones efectuadas en un día.

Hub ponderado. Corresponde al valor *Hub de un nodo* ponderado por el importe de transacciones efectuadas en un día.

Las redes transaccionales que se conforman por medio de los sistemas de pagos funcionan y evolucionan de una manera muy similar a las redes sociales: las entidades financieras (agentes) se conectan e interactúan con sus similares basados en información propia y en la confianza que les brindan las potenciales contrapartes. Con el transcurso del tiempo el número de agentes que participan en la red tienden a aumentar así como el volumen de interacciones.

Por su parte, la simulación emplea números y muestras aleatorias con el objeto de aproximar soluciones⁹. Esta técnica es complementaria a la topología de redes ya que posibilita efectuar análisis de sensibilidad dentro de una red transaccional.

⁸ Para una mejor comprensión, un buen *hub* direcciona a muchos buenos *authorities* y un buen *authority* es apuntado por muchos buenos *hubs*.

⁹ Esta técnica es ampliamente utilizada para el análisis de sistemas dinámicos y sus orígenes datan de la teoría de muestreo estadístico.

La combinación de ambos modelos se constituye en una alternativa innovadora frente a las técnicas tradicionales (estadística y econometría) para modelar y entender un sistema dinámico complejo. En términos puntuales es posible estimar:

- i) las variaciones de los flujos y *stocks* de dinero ante una eventual falla de un agente sistémico,
- ii) la respuesta de los demás agentes, con relación a sus coberturas de liquidez (fondos propios y los mecanismos de provisión de liquidez), y
- iii) la condición *ex-post* de los agentes lo que en definitiva señalaría el alcance del contagio financiero y la solidez de red.

La utilidad de la topología de redes para analizar el comportamiento de los sistemas de pago ante tensiones de liquidez se ha reflejado en estudios para varios países. Por ejemplo, los trabajos de Soramäki *et al.* (2006) y Bech y Garrat (2006) las emplean para caracterizar el sistema de pagos de los Estados Unidos (*Fedwire*), mientras que Lanoka *et al.* (2004) las aplican al sistema de pagos de Japón (*BoJ-Net*).

De igual manera, para el caso de Inglaterra, Galbiati y Soramäki (2008) estudian el nivel de liquidez de equilibrio en un sistema de pagos de liquidación bruta en tiempo real a través de un modelo de simulación multiagente y multiperíodo que emplea estadísticas comparativas para obtener una curva de demanda de liquidez. Estos mismos autores en 2010 estudian el efecto sobre el sistema de pagos interbancario de ciertos mecanismos de ahorro de liquidez, como son los pagos de liquidación neta diferida versus los pagos de liquidación bruta en tiempo real. En su modelo de simulación, cada entidad decide cuanta liquidez tener y qué pagos liquida en tiempo real o en diferido. Encuentran que cuando existen excesos de liquidez en el mercado, el sistema de liquidación en diferido es más eficiente que el de liquidación en tiempo real.

Beyeler *et al.* (2006) desarrollan un modelo de simulación de pagos interbancarios para estudiar la congestión en el sistema de pagos y el rol de los mercados de liquidez para aliviar la misma. Encuentran que ante niveles bajos de liquidez, el sistema de pagos se congestiona y la efectivización de los pagos pierde correlación con la instrucción misma de pago.

Denbee y Norman (2010), por otra parte, examinan el impacto de la división o segmentación de los pagos en los requerimientos de liquidez y la eficiencia del sistema de pagos de alto valor del

Reino Unido, bajo los criterios de tamaño y liquidez necesarios para su realización. Encuentran que esta división de los pagos podría reducir la liquidez necesaria para concretar los pagos.

Otros estudios emplean estas técnicas para caracterizar y analizar el comportamiento del sistema bancario. Por ejemplo, los trabajos de Lublóy (2006) y de Boss *et al.* (2004) emplean la topología de redes para medir el riesgo sistémico del sistema bancario en Hungría y Austria, respectivamente. Albagli (2002), por su parte, analiza las consecuencias que tienen las decisiones de los bancos respecto a sus carteras al verse enfrentados a situaciones desfavorables. Utiliza un modelo de propagación de *shocks* en el sistema bancario y muestra como la magnitud inicial de eventos adversos se ve amplificada.

En la región, las aplicaciones de topología de redes son relativamente escasas en el campo de sistema de pagos. Destacan los trabajos realizados para Colombia: Machicado *et al.* (2010) estudian la estabilidad del sistema de pagos de alto valor ante el incumplimiento de una entidad sistémicamente importante y evalúan la capacidad de respuesta de las entidades afectadas a partir de la utilización de sus recursos y a través de los mecanismos de liquidez que brinda el Banco de la República. Cepeda (2008), por su parte, analiza las transferencias de fondos como redes de valor que están expuestas a riesgos financieros y se enfoca en su estructura, el funcionamiento de la red y su estabilidad, cuantifica el impacto de algunos *shocks* simulados sobre la estabilidad y el valor liquidado en la red. Asimismo, se destaca el trabajo de Saade (2010) que utiliza las herramientas de redes tradicionales para describir las características generales de la estructura del mercado electrónico colombiano.

IV. El caso boliviano

IV.1 El Sistema de Pagos de Alto Valor (SIPAV) del BCB y la conformación de redes transaccionales

El SIPAV del BCB se constituye en la principal infraestructura del sistema de pagos de Bolivia, a través de este sistema se realizan transferencias de gran importancia económica y de determinadas características: alto valor y/o de alta prioridad para las entidades participantes. Por medio de este sistema se liquidan los pagos entre instituciones financieras (transferencias interbancarias) y se viabiliza la liquidación final de otros sistemas de bajo valor, que resultan de pagos con cheques y órdenes electrónicas de pago. Asimismo, posibilita la liquidación de las transacciones realizadas con títulos desmaterializados en la Bolsa Boliviana de Valores. Esta gama

de operaciones implica que un conjunto de entidades financieras y otras que apoyan la compensación y liquidación de las transacciones como las Cámaras Electrónicas de Compensación (CEC) y las Entidades de Servicios de Compensación y Liquidación (ESCL) estén estrechamente interconectadas a través de transferencias de fondos que son recibidos y efectuados en diferentes momentos del día.

El valor y volumen de transacciones procesadas por el SIPAV han registrado un crecimiento permanente desde su implementación (Cuadro 1). Coherente con las características de un sistema de liquidación bruta en tiempo real, el valor promedio de las transacciones ha sido creciente al igual que la participación de los pagos sobre variables como el PIB y el nivel de depósitos.

Cuadro 1. Valor y volumen de las transacciones procesadas en el SIPAV

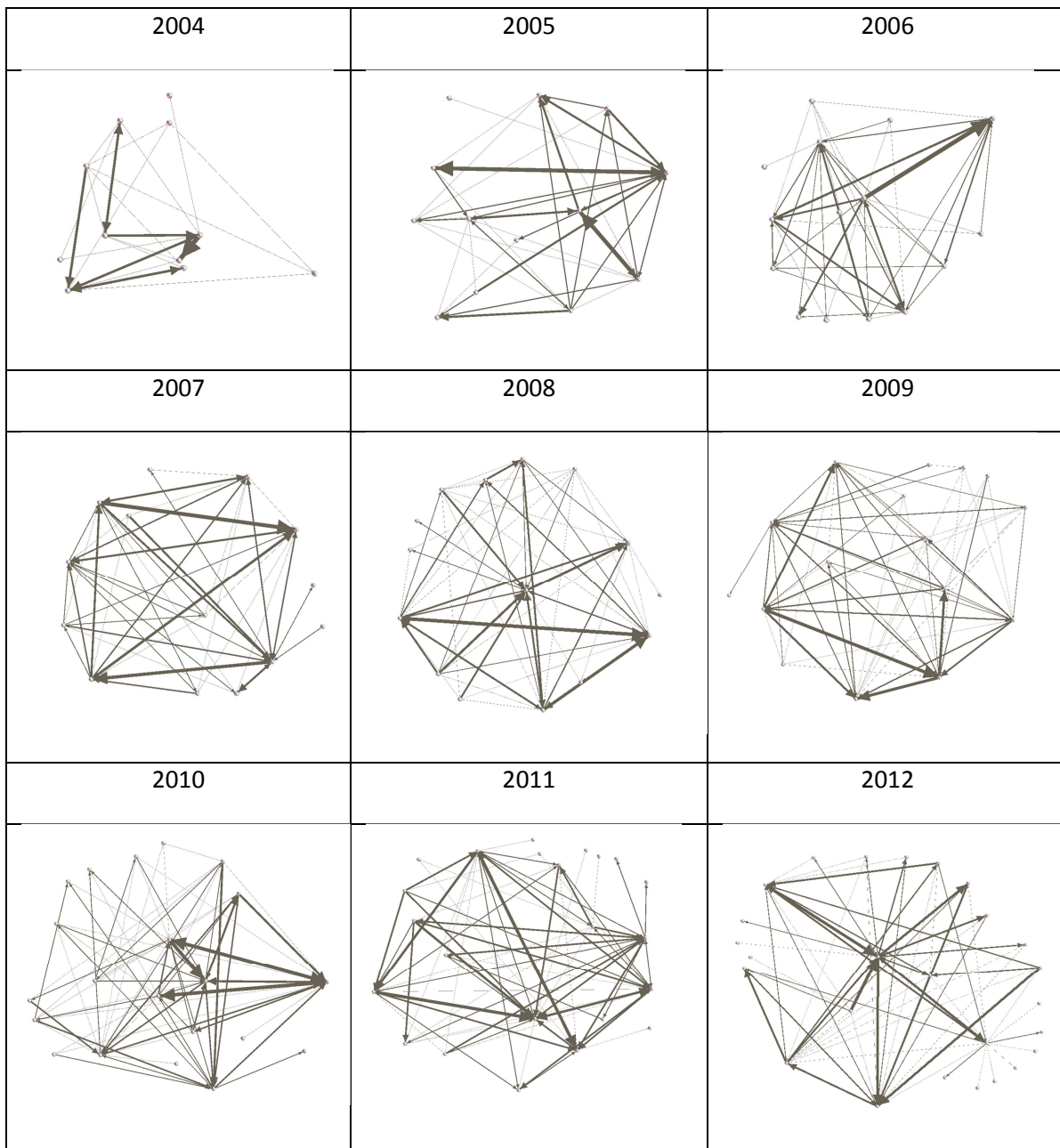
	2005	2006	2007	2008	2009	2010	2011
Valor (En millones de Bs)	84.338	111.035	128.441	170.180	187.400	210.686	276.207
Var %	n.d.	32%	16%	32%	10%	12%	31%
Número de operaciones	27.685	36.858	42.795	51.427	59.844	60.769	59.294
Var %	n.d.	33%	16%	20%	16%	2%	-2%
Valor promedio	3,05	3,01	3,00	3,31	3,13	3,47	4,66
Valor / PIB	1,09	1,21	1,25	1,41	1,54	1,53	1,74
Valor/ Depósitos	7,09	6,46	5,73	5,96	5,38	5,69	6,33

Fuente: SIPAV
Elaboración: Propia

En Bolivia el desarrollo del sistema de pagos ha presentado una tendencia muy similar a la registrada a nivel mundial, los constantes avances orientados a modernizar el sistema de alto valor, además de promover la eficiencia de los pagos, han ocasionado una mayor interconexión de las entidades participantes y por lo tanto una mayor interdependencia de la continuidad operativa del sistema y de las condiciones financieras individuales de cada institución participante.

Las interconexiones que se han conformando en el SIPAV -como producto de la actividad transaccional- han estructurado redes cada vez más grandes y complejas (Gráfico 1). Estas interconexiones también muestran que existe un espectro de interdependencias cada vez mayor, es decir los participantes dependen cada vez más de los pagos entrantes para realizar pagos futuros. Las fallas comunes o individuales de las entidades participantes podrían incidir sobre la estabilidad del sistema en su conjunto y con un mayor alcance (contagio financiero).

Gráfico 1. Esquema de interconexiones en el SIPAV



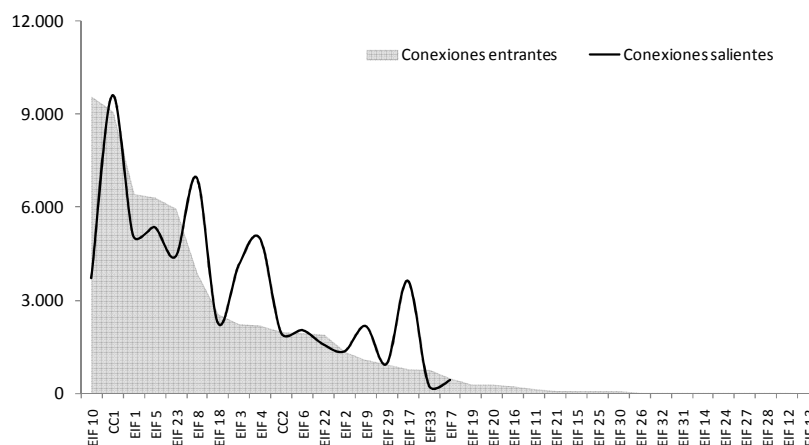
Nota: Las observaciones corresponden a un día cotidiano de operaciones para las gestiones 2004 a 2012

Fuente: SIPAV
Elaboración: Propia

El volumen de conexiones de los agentes dentro de una red dista mucho de ser homogéneo, es por eso que se identifican a agentes centrales que concentran gran parte de las conexiones y de la actividad. Estos agentes son normalmente considerados como representativos y tienen la facultad

de esparcir información representativa en el entorno e incidir de gran manera sobre el desempeño de la red. De forma contraria, los agentes periféricos sólo presentan algunas y eventuales conexiones, su información y su actividad no tienen una incidencia importante dentro de la red (Gráfico 2).

Gráfico 2. Volumen de conexiones de los participantes del SIPAV



Nota: El término EIF corresponde a entidades de intermediación financiera participantes del SIPAV y CC a la cámaras de compensación que liquidan sus transacciones diariamente en el SIPAV.

Fuente: SIPAV
Elaboración: Propia

Una característica común de los mercados financieros es la conformación de mundos pequeños¹⁰ (*small worlds*) es decir que a través de muy pocas conexiones intermedias pueden interactuar cualquier par de entidades de la red, normalmente esto es posible a través de agentes centrales. En el campo de la estabilidad financiera la presencia y desempeño de estos agentes son determinantes, ya que una falla individual comprometería de gran manera el normal funcionamiento de la red. En otros términos, significaría que el incumplimiento de las obligaciones de un agente central podría incidir sobre los niveles de liquidez de los otros agentes, quienes no podrían cumplir a su vez con sus pagos comprometidos produciendo una alta exposición a riesgos financieros y posteriormente crisis generalizadas con posibles implicaciones sistémicas.

¹⁰ Este término *small-worlds* es una particularidad de las redes complejas y hace referencias a que dos nodos pueden conectarse a través de un número reducido de vínculos intermedios. En 1967 en la Universidad de Harvard el psicólogo E. Milgran inició el experimento del mundo pequeño (a través del envío de paquetes por correo), llegando a la conclusión de que se podía conectar a dos personas en Estados Unidos a través de tan sólo seis contactos. Este resultado dio lugar al término “seis grados de separación”.

IV.2. Aplicación del modelo y resultados

La aplicación del modelo consistió en un *backtesting* en el que se seleccionaron tres eventos que implicaron niveles atípicos de exposición al riesgo sistémico en el período 2007-2010. Se estructuró el siguiente esquema analítico:

- i) Análisis general de la red; con la diagramación de la red de conexiones y la estimación de las métricas para el análisis de sus características.
- ii) Clasificación de agentes sistémicamente importantes de acuerdo con dos criterios: **Criterio 1.** Según la capacidad de intermediación lo que implica la utilización de las métricas *Betweenness centrality*, HITS y *PageRank-Google*¹¹ como criterio de decisión, y **Criterio 2.** Según la participación en el número de conexiones y del importe transferido con el uso de los restantes indicadores.
- iii) El análisis de simulación; a través del incumplimiento de los pagos de los agentes sistémicamente importantes se evalúan las respuestas de los demás agentes que conforman la red.

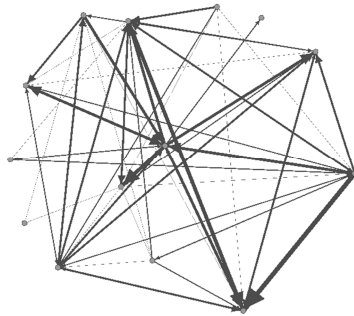
De manera implícita los resultados obtenidos a través de la herramienta también estiman el riesgo del contagio financiero que podría derivarse del mercado interbancario, ya que los créditos interbancarios pactados entre entidades forman parte de las transferencias interbancarias que son liquidadas a través del SIPAV.

Primer evento - 3 de diciembre de 2007. Los niveles de liquidez de las Entidades de Intermediación Financieras (EIF) fueron bajos debido a la orientación de la política monetaria del BCB. Las semanas precedentes a esta fecha se caracterizaron por una inusual actividad en el mercado interbancario, los volúmenes negociados habían alcanzado niveles históricamente altos. De igual manera, los mecanismos de liquidez del BCB registraron mayor actividad. Todo hacía suponer una posible crisis de liquidez generalizada. En este marco, con base en la estructura transaccional del SIPAV se conformó una red de 14 nodos y 76 aristas, con una densidad de red de 0,42 (Esquema 1).

¹¹ Métodos similares a HITS y *PageRank-Google* están siendo utilizados para elaborar un ranking de los participantes del sistema canadiense de transferencia de alto valor en términos de su manejo diario de liquidez.

Esquema 1.

Estructura de la red



Métricas de la red

Nro. de nodos	Nro. de aristas	Grado promedio de nodo	Coef. de agrupamiento	Densidad de la red	Longitud media
14	76	5,43	0,56	0,42	1,63

Métricas de los nodos

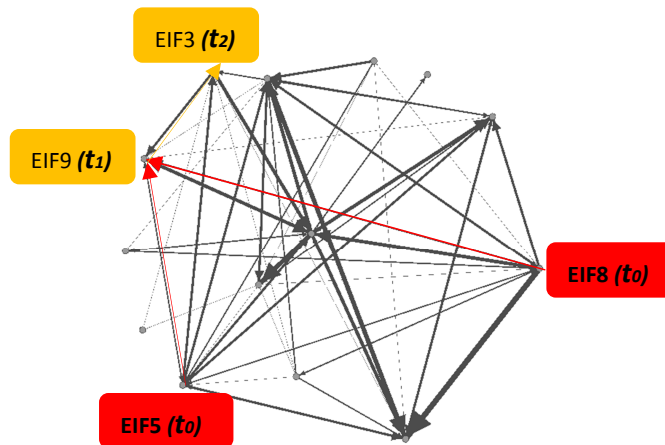
Participantes	In-Degree	Out-Degree	Degree	Closeness Centrality	Betweenness Centrality	Authority	Hub	PageRank-Google	Participación de mercado			Authority Ponderado	Hub Ponderado	PageRank-Google Ponderado
									Pagos efectuados	Pagos recibidos	Total			
CC1	9,00	9,00	18,00	1,31	26,17	0,11	0,11	0,13	17%	14%	16%	0,019	0,016	0,020
EIF 1	7,00	10,00	17,00	1,23	8,07	0,09	0,09	0,08	13%	12%	13%	0,011	0,011	0,010
EIF 2	3,00	2,00	5,00	2,00	0,00	0,04	0,05	0,04	2%	2%	2%	0,001	0,001	0,001
EIF 3	6,00	3,00	9,00	1,85	0,40	0,08	0,08	0,07	4%	8%	6%	0,003	0,006	0,004
EIF 4	5,00	8,00	13,00	1,38	3,10	0,07	0,07	0,07	9%	9%	9%	0,006	0,006	0,006
EIF 5	10,00	9,00	19,00	1,31	18,47	0,12	0,13	0,12	13%	11%	12%	0,016	0,014	0,015
EIF 23	8,00	5,00	13,00	1,69	2,87	0,10	0,10	0,08	7%	16%	11%	0,007	0,016	0,010
EIF 7	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	1%	2%	1%	0,000	0,000	0,000
EIF 8	10,00	10,00	20,00	1,23	21,07	0,12	0,13	0,13	15%	9%	12%	0,018	0,011	0,016
EIF 10	7,00	4,00	11,00	1,69	11,80	0,09	0,09	0,08	3%	9%	6%	0,003	0,008	0,004
EIF 6	3,00	5,00	8,00	1,69	1,90	0,04	0,05	0,04	4%	2%	3%	0,002	0,001	0,001
CC2	3,00	5,00	8,00	1,69	0,00	0,04	0,05	0,04	5%	2%	3%	0,002	0,001	0,001
EIF 33	1,00	1,00	2,00	2,46	0,50	0,02	0,02	0,03	1%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 9	3,00	5,00	8,00	1,69	12,67	0,04	0,05	0,06	7%	4%	6%	0,003	0,002	0,003

Nota: El término EIF corresponde a entidades de intermediación financiera participantes del SIPAV y CC a la cámaras de compensación que liquidan sus transacciones diariamente en el SIPAV.

Análisis de simulación de la red

Como se observa en la métrica de los nodos, tomando en cuenta el criterio de capacidad de intermediación, las entidades EIF5 y EIF8 presentaron los mayores indicadores de *betweenness centrality*, *HITS* y *PageRank-Google*. En consecuencia, se simuló el incumplimiento de los pagos de estas entidades consideradas como sistémicamente importantes. Los resultados señalan que se habría producido un contagio directo a EIF9 en un primer momento (t_1) que se reflejaría en la disminución de su saldo de cuenta operativa hasta alcanzar saldos insuficientes al final del día. En un segundo momento (t_2) el contagio financiero habría alcanzado a EIF3 (Esquema 2).

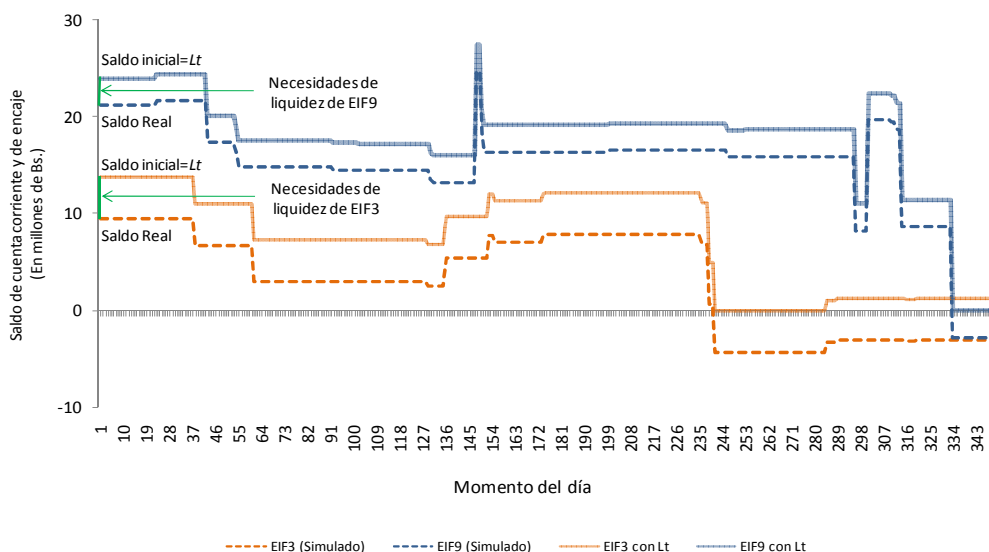
Esquema 2



Para evaluar la cobertura de las necesidades de liquidez (respuestas de EIF9 y EIF3), se compararon los saldos iniciales de las cuentas operativas (simuladas) frente a los respectivos Límites Teóricos (Lt). El diferencial de ambas magnitudes dan cuenta del *stock* mínimo requerido para afrontar las deficiencias de liquidez ya sea recurriendo a fondos propios o a los mecanismos de provisión de liquidez.¹² Para ambos casos las necesidades de liquidez hubieran sido cubiertas sin inconvenientes (Gráfico 3).

¹² El Lt está definido como el saldo mínimo que posibilitaría la realización de los pagos durante un día sin recurrir a fondos adicionales en un esquema de liquidación bruta en tiempo real. Formalmente, el Lt se expresa como: $Lt = \sum_{i=1}^T P_i - \sum_{i=1}^T C_i$ Donde P_i Valor de los pagos que ingresan en el instante de tiempo i , C_i Valor de los pagos que salen en el instante de tiempo i ; T : Fin del día

Gráfico 3. Simulación de las cuentas operativas



Fuente: SIPAV

Elaboración: Propia

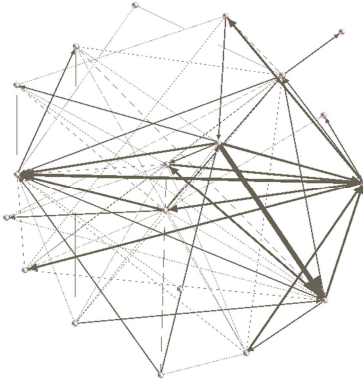
Segundo evento – 9 de junio de 2010, el sistema financiero tuvo que afrontar rumores y especulaciones acerca de un banco importante del sistema (EIF1), la información divulgaba la quiebra de dicha entidad ya que se encontraba en una difícil situación de liquidez que provocaría que no cumpla con sus obligaciones con el público. Ante esta situación los depositantes del banco acudieron masivamente a retirar sus ahorros de la entidad, lo que provocó una disminución de aproximadamente \$us100 millones.¹³

Al igual que en el caso anterior, con base a la estructura de pagos del SIPAV para la fecha, se conformó una red de 19 nodos y 106 aristas con una densidad de red de 0,31 (Esquema 3).

¹³ Según información de la Autoridad de Supervisión del Sistema Financiero, esta entidad contaba con indicadores financieros que respaldaban sus buenas condiciones de solvencia y liquidez (mora de 1,5%, índice de cobertura de provisiones sobre mora del 214% y Coeficiente de Adecuación Patrimonial del 12,24%, cifra por encima del 10% establecido por ley).

Esquema 3

Estructura de la red



Métricas de la red

Nro. de nodos	Nro. de aristas	Grado promedio de nodo	Coef. de agrupamiento	Densidad de la red	Longitud media
19	106	5,58	0,48	0,31	1,73

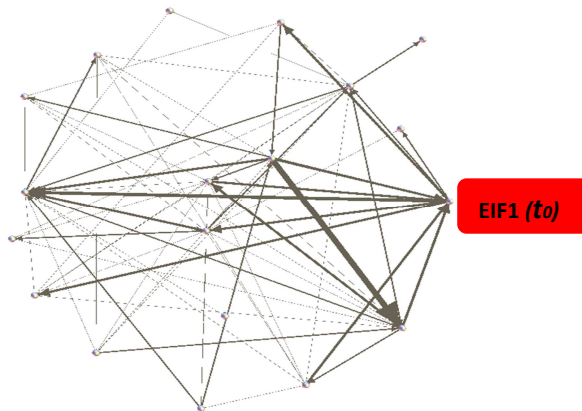
Métricas de los nodos

Participantes	In-Degree	Out-Degree	Degree	Closeness Centrality	Betweenness Centrality	HITS		PageRank-Google	Participación de mercado			Authority Ponderado	Hub Ponderado	PageRank-Google Ponderado
						Authority	Hub		Pagos efectuados	Pagos recibidos	Total			
CC1	9,00	11,00	20,00	1,39	36,34	0,08	0,09	0,08	21%	21%	21%	0,017	0,018	0,016
EIF 1	13,00	9,00	22,00	1,56	33,32	0,11	0,12	0,11	29%	9%	19%	0,033	0,011	0,022
EIF 2	3,00	4,00	7,00	1,83	1,54	0,03	0,03	0,03	3%	2%	3%	0,001	0,001	0,001
EIF 3	4,00	7,00	11,00	1,61	2,48	0,04	0,04	0,04	2%	3%	2%	0,001	0,001	0,001
EIF 4	5,00	7,00	12,00	1,67	10,06	0,05	0,05	0,05	9%	3%	6%	0,004	0,001	0,003
EIF 5	11,00	11,00	22,00	1,44	41,38	0,10	0,10	0,10	7%	7%	7%	0,007	0,008	0,007
EIF 6	4,00	6,00	10,00	1,83	1,82	0,04	0,04	0,04	1%	2%	2%	0,000	0,001	0,001
EIF 23	13,00	10,00	23,00	1,56	48,82	0,11	0,12	0,11	4%	12%	8%	0,005	0,014	0,009
EIF 8	2,00	0,00	2,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 10	4,00	12,00	16,00	1,39	6,91	0,04	0,04	0,03	7%	4%	6%	0,003	0,002	0,002
EIF 6	4,00	8,00	12,00	1,61	3,17	0,04	0,04	0,04	1%	2%	1%	0,000	0,001	0,001
EIF 10	13,00	5,00	18,00	1,78	8,48	0,11	0,12	0,11	5%	18%	11%	0,006	0,022	0,013
CC2	3,00	3,00	6,00	2,17	0,00	0,03	0,03	0,03	3%	3%	3%	0,001	0,001	0,001
EIF 9	5,00	4,00	9,00	2,22	0,33	0,05	0,05	0,04	0%	3%	1%	0,000	0,001	0,001
EIF 22	5,00	4,00	9,00	2,00	0,94	0,05	0,05	0,05	4%	7%	6%	0,002	0,004	0,003
EIF 18	4,00	5,00	9,00	1,89	1,40	0,04	0,04	0,04	4%	3%	3%	0,002	0,001	0,001
EIF 30	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 29	2,00	0,00	2,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,03	0%	1%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 32	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0%	1%	0%	0,000	0,000	0,000

Análisis de simulación de la red

Como se observa en el esquema 3, tomando el criterio de participación en el número de conexiones y del importe transferido, EIF1 presentó elevados indicadores de participación de mercado, por lo que se simuló el incumplimiento de los pagos de esta entidad (que ocupa el segundo lugar según el criterio descrito). Los resultados obtenidos muestran que ante esta coyuntura de retiro masivo de depósitos en la entidad, no hubiera existido un contagio financiero directo debido a que la liquidez de esta entidad y de las interconectadas con esta se situaban en niveles altos (Esquema 4).

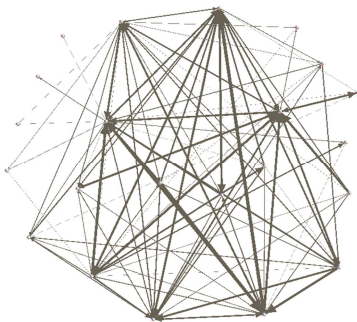
Esquema 4



Tercer evento – 28 de diciembre 2010, nuevamente el sistema financiero tuvo que afrontar especulaciones y rumores infundados sobre variaciones bruscas en el tipo de cambio. Esta información se tradujo rápidamente en una corrida generalizada de depósitos, los cuales disminuyeron en 2,8% entre el 28 al 31 de diciembre de 2010 (\$us357 millones aproximadamente). La estructura transaccional del SIPAV permitió formar una red compuesta por 22 nodos y 149 aristas con una densidad de red de 0,32 (Esquema 5)

Esquema 5

Estructura de la red



Métricas de la red

Nro. de nodos	Nro. de aristas	Grado promedio de nodo	Coef. de agrupamiento	Densidad de la red	Longitud media
22	149	6,77	0,69	0,32	1,63

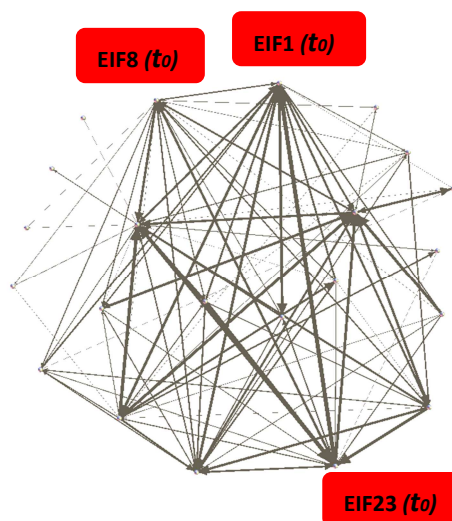
Métricas de los nodos

Participantes	In-Degree	Out-Degree	Degree	Closeness Centrality	Betweenness Centrality	HITS		PageRank-Google	Participación de mercado			Authority Ponderado	Hub Ponderado	PageRank-Google Ponderado
						Authority	Hub		Pagos efectuados	Pagos recibidos	Total			
CC1	11,00	11,00	22,00	1,48	28,42	0,07	0,08	0,07	15%	15%	15%	0,011	0,012	0,011
EIF 1	14,00	13,00	27,00	1,38	24,76	0,09	0,10	0,09	9%	7%	8%	0,008	0,007	0,007
EIF 2	3,00	3,00	6,00	2,10	0,29	0,02	0,03	0,03	1%	1%	1%	0,000	0,000	0,000
EIF 3	10,00	16,00	26,00	1,24	25,95	0,06	0,07	0,06	5%	5%	5%	0,003	0,004	0,003
EIF 4	10,00	9,00	19,00	1,57	3,11	0,06	0,07	0,06	3%	5%	4%	0,002	0,004	0,003
EIF 5	12,00	18,00	30,00	1,14	65,91	0,08	0,08	0,08	6%	12%	9%	0,004	0,010	0,007
EIF 6	6,00	6,00	12,00	1,81	0,13	0,04	0,04	0,04	2%	1%	2%	0,001	0,001	0,001
EIF 23	12,00	11,00	23,00	1,48	13,98	0,08	0,08	0,07	29%	21%	25%	0,022	0,018	0,018
EIF 7	3,00	2,00	5,00	2,05	0,00	0,02	0,03	0,02	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 8	14,00	16,00	30,00	1,24	45,22	0,09	0,10	0,09	8%	11%	9%	0,007	0,010	0,008
EIF 9	2,00	6,00	8,00	1,81	0,00	0,02	0,02	0,02	2%	0%	1%	0,000	0,000	0,000
EIF 10	13,00	10,00	23,00	1,52	9,37	0,08	0,09	0,08	7%	5%	6%	0,006	0,004	0,005
EIF 22	8,00	6,00	14,00	1,71	5,27	0,05	0,06	0,05	3%	6%	5%	0,002	0,003	0,002
CC2	4,00	4,00	8,00	1,86	0,00	0,03	0,03	0,03	5%	5%	5%	0,001	0,002	0,002
EIF 29	5,00	6,00	11,00	1,71	0,13	0,04	0,04	0,03	2%	1%	1%	0,001	0,000	0,000
EIF 17	8,00	5,00	13,00	1,86	0,33	0,05	0,06	0,05	1%	1%	1%	0,000	0,001	0,000
EIF 18	4,00	7,00	11,00	1,67	0,14	0,03	0,03	0,03	2%	2%	2%	0,001	0,001	0,001
EIF 19	3,00	0,00	3,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0%	1%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 21	3,00	0,00	3,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 30	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 15	1,00	0,00	1,00	0,00	0,00	0,01	0,00	0,01	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000
EIF 20	2,00	0,00	2,00	0,00	0,00	0,02	0,00	0,02	0%	0%	0%	0,000	0,000	0,000

Análisis de simulación de la red

Tomando como criterios la capacidad de intermediación y participación en el número de conexiones y del importe transferido, se simuló el incumplimiento de los pagos de EIF8 (según capacidad de intermediación), EIF1 (según número de conexiones) y EIF23 (según importe transferido). Los resultados obtenidos muestran que el incumplimiento de pagos de estas entidades no hubiera producido ningún contagio directo a otras entidades puesto que los niveles de liquidez del sistema financiero en general situaban en niveles altos (Esquema 6).

Esquema 6



V. Consideraciones finales

Los mercados financieros presentan un importante grado de integración e interdependencia y, a la vez, su funcionamiento está fuertemente apoyado por los sistemas de pagos. En este contexto se considera pertinente aplicar marcos de análisis del riesgo sistémico basados en el enfoque *too interconnected to fail*. Dada las características del SIPAV y la evolución de las redes transaccionales esta afirmación también es extensible al caso boliviano.

Los resultados obtenidos de la combinación de los modelos de topología de redes y de simulación posibilitaron un análisis preciso del riesgo sistémico y la estimación del contagio financiero directo que podría producirse a raíz de una crisis. Se pudo evidenciar que la participación de los agentes dentro de las redes transaccionales del SIPAV no es homogénea, por lo que se cuenta con agentes centrales y periféricos. El principal criterio de clasificación de agentes sistémicamente importantes se basó en la capacidad de intermediación, lo que implica la utilización de las métricas como *Betweenness centrality*, HITS y *PageRank-Google*. Sin embargo, también se emplearon criterios secundarios basados en la participación de mercado como la concentración del número de conexiones y del importe transferido.

Los resultados del *backtesting* a tres episodios de crisis en Bolivia suscitados en el período 2007-2010 señalaron, en un primer caso, un contagio directo que hubiera alcanzado a dos entidades financieras. No obstante los resguardos de liquidez (fondos propios y mecanismos de provisión de liquidez) fueron suficientes para que el contagio no alcance proporciones mayores. Para los dos casos posteriores, los resultados obtenidos muestran que no existían posibilidades de contagio directo debido a los altos niveles de liquidez del sistema financiero. En consecuencia, se identificaron dos factores determinantes del alcance de los contagios financieros en Bolivia: los niveles de liquidez y su respectiva asignación.

En cuanto a posibles implicaciones de política para la estabilidad financiera, los resultados arrojan elementos útiles para el monitoreo de la liquidez del mercado, lo cual supone: a) la identificación y seguimiento de agentes sistémicamente importantes; b) la estimación de cambios en los flujos y de los saldos de liquidez, que hará posible establecer magnitudes óptimas de resguardos de liquidez y con ello evitar la propagación contagios financieros directos, y c) la medición del grado

de sensibilidad de la red, que permitirá establecer parámetros para efectuar análisis periódicos de *stress testing*.

Por último, la agenda de estudios futuros podría contemplar el tema del contagio indirecto, el cual incorporaría la correlación del desempeño de las entidades financieras en el mercado.

Referencias bibliográficas

- Albagli, E. (2002). "Un Modelo de Crisis Bancarias". Working Paper. Banco Central de Chile, octubre.
- Bech, M. y Garrat, R. (2006). "Illiquidity in the interbank payment system following Wide-Scale Disruptions". Staff Report Federal Reserve Bank of New York 239, marzo.
- Becher, C., Millard, S. y Soramäki, K. (2008). "The network topology of CHAPS Sterling". Working Paper Bank of England 355, noviembre.
- Beyeler, W., Glass, R., Bech, M. y Soramäki, K. (2006). "Congestion and Cascades in Payment Systems". Staff Report Federal Reserve Bank of New York 259, septiembre.
- Boss, M., Elsinger, H., Summer, M., Thurner, S. (2004). "An empirical analysis of the network structure of the Austrian Interbank market". ONB Financial Stability Report 7.
- Borio, C. (2003). "Towards a macroprudential framework for financial supervision and regulation?", BIS Working Paper 128, julio.
- Cepeda, F. (2008). "La topología de redes como herramienta de seguimiento en el Sistema de Pagos de Alto Valor en Colombia". Borradores de Economía Banco de la República de Colombia 513.
- Denbee, E. y Norman, B. (2010). "The impact of payment splitting on liquidity requirements in RTGS". Working Paper Bank of England 404, octubre.
- Galbiati, M. y Soramäki, K. (2008). "An agent-based model of payment systems". Working Paper Bank of England 352, agosto.
- Galbiati, M. y Soramäki, K. (2010). "Liquidity-saving mechanisms and bank behavior". Working Paper Bank of England 400, julio.
- Galos, P. y Soramäki, K. (2005). "Systemic risk in alternative payment system design". Working Paper European Central Bank 508, Julio.
- Ianoka, H., Ninomiya, T., Taniguchi, K., Shimizu, T., Takayasu, H. (2004). "Fractal network derived from banking transaction – An analysis of network structures formed by financial institutions", Working Paper Series Bank of Japan 04- E-04.
- Kaufman, G. (1994). "Bank contagion: A review of the theory and evidence". Journal of Financial Services Research, 2, pp. 123-150.
- Kaufman, G. y Scott K. (2001). "Does bank regulation retard or contribute to systemic risk?". Working Paper Stanford University, enero.

- Lublóy, Á. (2006). "Topology of the Hungarian large-value transfer system". Occasional Paper Magyar Nemzeti Bank 57.
- Machicado, L., León, C., Sarmiento, M., Cepeda, F., Chipatecua, O. y Ceñy, J. (2010). "Riesgo Sistémico y estabilidad del sistema de pagos de alto valor en Colombia: análisis bajo Topología de Redes y Simulación de Pagos". Borradores de Economía Banco de la República de Colombia 627.
- Morten, L., Chapman J. y Rodney J. (2010). "Wich bank is the central bank?". *Journal of Monetary Economics*, 57, pp. 352-363.
- Saade, A. (2010). "Estructura de red del Mercado Electrónico Colombiano (MEC) e identificación de agentes sistémicos según criterios de centralidad". Reporte de Estabilidad Financiera. Banco de la República de Colombia, agosto.
- Soramäki, K. y Leinonen, H. (1999). "Optimizing liquidity usage and settlement speed in payment systems. Discussion Papers Bank of Finland 16/99.
- Soramäki, K., Bech, M., Arnold, J., Glass, R. y Beyeler, W. (2006). "The Topology of Interbank Payment Flows". Staff Reports. Federal Reserve Bank of New York 243, marzo.
- Soramäki, K. y Galbiati, M. (2008). "An agent-based model of payment systems". Working Paper Bank of England 352, agosto.

Anexo

A continuación se especifican las métricas para las redes y los nodos de acuerdo con la terminología presentada por Saade (2010):

Grado promedio de nodo: (D_{prom}^t)

$$D_{prom}^t = \frac{1}{n_t} \sum_i D_i^t = \frac{1}{n_t} \sum_i \sum_{j \neq i} \max(g_{i,j}^t, g_{j,i}^t)$$

Donde:

D_i^t : grado del nodo (i) en el día (t)

$g_{i,j}^t$: matriz de conexiones de dimensiones $n_t \times n_t$

n_t : número de participantes en el sistema de pagos

Índice de conectividad (IC)

$$IC = \frac{\# \text{aristas observadas}}{\# \text{aristas posibles}} = \frac{1}{n_t(n_t - 1)} \sum_{i,j} g_{i,j}^t$$

Donde:

$g_{i,j}^t$: matriz de conexiones de dimensiones $n_t \times n_t$

n_t : número de participantes en el sistema de pagos

Coefficiente de agrupamiento promedio de nodos - *clustering coefficient* (CA_{prom}^t)

$$CA_{prom}^t = \frac{1}{\#(i: D_i^t > 2)} \sum_{i: D_i^t > 2} CA_i^t$$

Donde:

($i: D_i^t > 2$): Número de conexiones del agente (i) en el día (t), el cual debe ser mayor a 2.

CA_i^t : el porcentaje de las parejas de nodos (j) y (k) que se enlazan con el agente (i), formando *clusters* de 3 nodos alrededor de (i)

Indicador de centralidad según capacidad de intermediación – *Betweenness Centrality*: $C_t^B(i)$

$$C_t^B(i) = \frac{1}{(n_t - 1)(n_t - 2)} \sum_{a \neq i, b \neq i, \sigma_{ab} \neq 0} \frac{\#\sigma_{ab}(i)}{\#\sigma_{ab}}$$

Donde:

n_t : Número de participantes en el sistema de pagos

$\#\sigma_{ab}(i)$: Conjunto de caminos que conectan a los agentes (a) y (b) y pasan por el agente (i) (conjunto de geodésicas dirigidas entre a y b)

$\#\sigma_{ab}$: Conjunto de caminos que conectan a los agentes (a) y (b) - conjunto de geodésicas dirigidas entre a y b

Indicador de centralidad según las características de los vecinos – *Page Rank Google*: $CV_t^G(i)$

$$CV_t^G(i) = c \sum_{v \in B_i^t} \frac{CV_t^G(v)}{N_v^t} + cE_i$$

Donde:

G : matriz de conexiones del agente (i) en el día (t)

B_i^t : conjunto de agentes presentes en la red que se enlazaron al agente (i) en el día (t)

N_v^t : número de agentes con los que (v) se relaciona en el día (t)

E : vector de valores reales positivos conocido como fuente de rango

Grado de *authority* y *hub* de un agente (i): x_i y_i

$$x_i = \sum_{q, q \rightarrow i} y_i$$

$$y_i = \sum_{q, i \rightarrow q} x_i$$

Donde:

x_i : *hub*, mide el grado de recomendador del nodo (i)

y_i : *authority*, mide el grado de cuan buen recurso es el nodo (i)

Centralidad de cercanía - *Closeness centrality*:

$$CC(i) = \frac{\sum_{t \in V} d_G(v, t)}{n - 1}$$

$\sum_{t \in V} d_G(v, t)$: distancia entre nodos del agente (i)

n_t : número de participantes en el sistema de pagos

***PageRank-Google* ponderado**

$$CVP_t^G = CV_t^G(i) w_i$$

$CV_t^G(i)$: *PageRank-Google* del agente (i) del día (t)

w_i : Participación del importe procesado en el día (t) por el agente (i)

***Authority* ponderado**

$$xP_i = x_i w_i$$

x_i : *hub* del agente (i)

w_i : Participación del importe procesado en el día (t) por el agente (i)

***Hub* ponderado**

$$yP_i = y_i w_i$$

y_i : *authority* del agente (i)

w_i : Participación del importe procesado en el día (t) por el agente (i)